

## فرآیند غلطک‌کاری: آشنایی و مدل‌سازی

# C Calendering Process: Introduction and Modeling

چکیده:

کلنדרها و جفت غلطک‌ها به‌عنوان ابزار شکل‌دهی مواد (اغلب پلیمری) جایگاه ویژه‌ای در خطوط تولید صنایع مختلف از جمله صنعت لاستیک دارند. علی‌رغم سادگی ظاهری و کاربرد نه چندان سخت، همان‌طور که در این پژوهش نشان داده خواهد شد، رفتار هیدرودینامیکی جریان مواد گذرنده از میان آن‌ها پیچیده بوده و تابع عوامل مختلفی است. در پژوهش حاضر، ابتدا به معرفی این نوع تجهیزات و نکات مهم طراحی و بکارگیری آن‌ها در شرایط عملیاتی پرداخته می‌شود. در ادامه به مدل‌سازی هیدرودینامیکی جریان بین غلطک‌ها پرداخته شده است و مدل گسکل به‌عنوان یک مدل پایه‌ای که مبنای اغلب مدل‌های توسعه داده شده‌ی دیگر است معرفی می‌گردد. در آخر نیز انواع مدل‌های دیگری که در راستای تعیین رفتار هیدرودینامیکی غلطک‌ها توسعه داده شده‌اند به همراه ویژگی‌های آن‌ها معرفی می‌شود. این مدل‌ها پیش‌بینی کننده دبی جریان بر مبنای پارامترهای هندسی و ویژگی‌های ماده و همچنین مشخص کننده‌ی پروفایل سرعت، فشار و تنش و در مواردی دما در جریان مابین غلطک‌ها هستند. استفاده از نتایج این مدل‌ها وابسته به نیاز طراحی و عملیاتی مورد نظر است.

واژه‌های کلیدی: فرآیند غلطک‌کاری، مدل‌سازی، سیال، مدل گسکل

نوع مقاله: پژوهشی

عطالله کامیابی<sup>۱\*</sup>، محمدمهدی کامیابی<sup>۲</sup>

۱- دکترای تخصصی، استادیار، بخش مهندسی شیمی دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

۲- دکترای تخصصی، استادیار، گروه مهندسی شیمی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ولی عصر (عج)، رفسنجان، ایران

ایمیل نویسندگان و عهده‌دار مکاتبات:

1- \* kamyabi@uk.ac.ir

2- mm.kamyabi@vru.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۹/۰۳

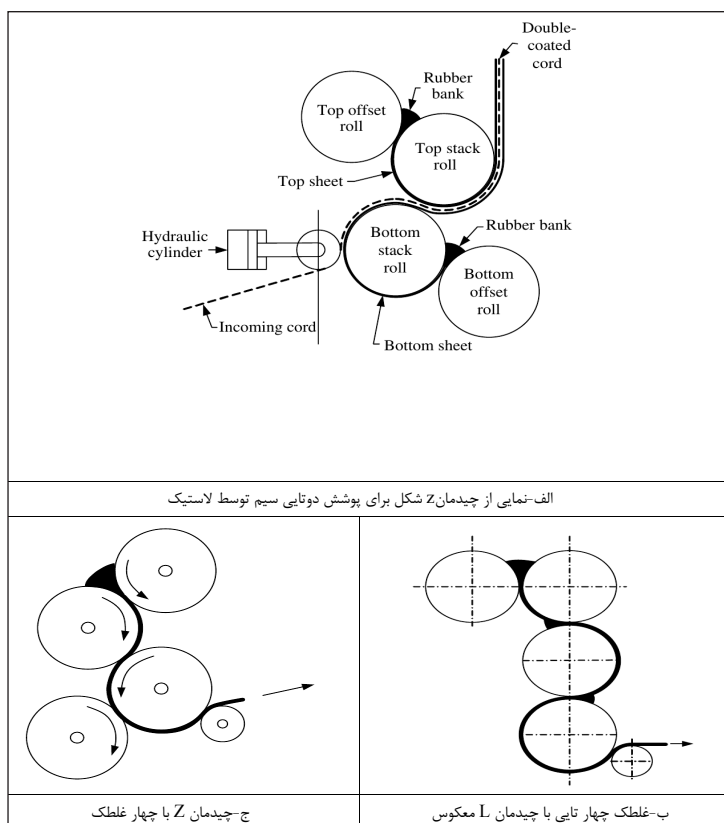
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۰۶

۱- مقدمه

غلطک‌کاری ماده پلیمری سه بار از فضای بین جفت-غلطک که نیش<sup>۳</sup> نام دارد عبور می‌کند. نیش اول، گذر خوراک<sup>۴</sup> است، نیش دوم، گذر اندازه زنی<sup>۵</sup> و نیش سوم، گذر تشکیل ورق، سنجش و اتمام<sup>۶</sup> است [۱]. لازم به ذکر است در مواردی غلطک‌کاری با پنج غلطک نیز انجام می‌شود.

انتقال از یک غلطک به غلطک بعدی ممکن است با تغییر سرعت غلطک‌ها، دما و شرایط سطح غلطک‌ها همراه باشد [۲]. عرض ورقه خروجی از هر نیش (با فرض ثابت بودن سرعت غلطک‌ها) با ضخامت ورقه نسبت عکس دارد، به طوری که با کاهش فاصله بین غلطک‌ها در هر نیش (و در نتیجه کاهش ضخامت ورقه) عرض صفحه تولیدی افزایش می‌یابد. نرخ تولید فرآیند غلطک‌کاری (اگر کنترل‌کننده‌ی سرعت تولید اختلاط و ذوب در بالا دست فرایند نباشد) در درجه اول با توجه به اندازه و کیفیت سطح محصول

جفت غلطک‌ها<sup>۲</sup> و کلندرها<sup>۱</sup> از اولین تجهیزاتی هستند که در فرآیندهای مربوط به شکل‌دهی لاستیک‌های طبیعی مورد استفاده قرار گرفتند. این تجهیزات اولین بار توسط ادوین چافی و چارلز گودیر در دهه ۱۸۳۰ میلادی معرفی شدند. جفت غلطک‌ها اغلب در شرایط عملیاتی ناپیوسته و کلندرها در شرایط پیوسته به کار می‌روند. تعداد غلطک‌های مورد استفاده در فرآیند غلطک‌کاری به ماده مورد فرآیند قرار گرفته و همچنین محصول مورد نظر بستگی دارد. لاستیک می‌تواند توسط یک جفت غلطک شکل داده شود. استفاده از چهار غلطک امکان پوشش دو لایه از لاستیک را فراهم می‌کند (شکل ۱-الف). در مورد ترموپلاستیک‌ها معمولاً لازم است از حداقل چهار غلطک استفاده شود تا سطحی با کیفیت مناسب ایجاد شود (شکل ۱-ب، شکل ۱-ج). در این صورت در حین فرآیند

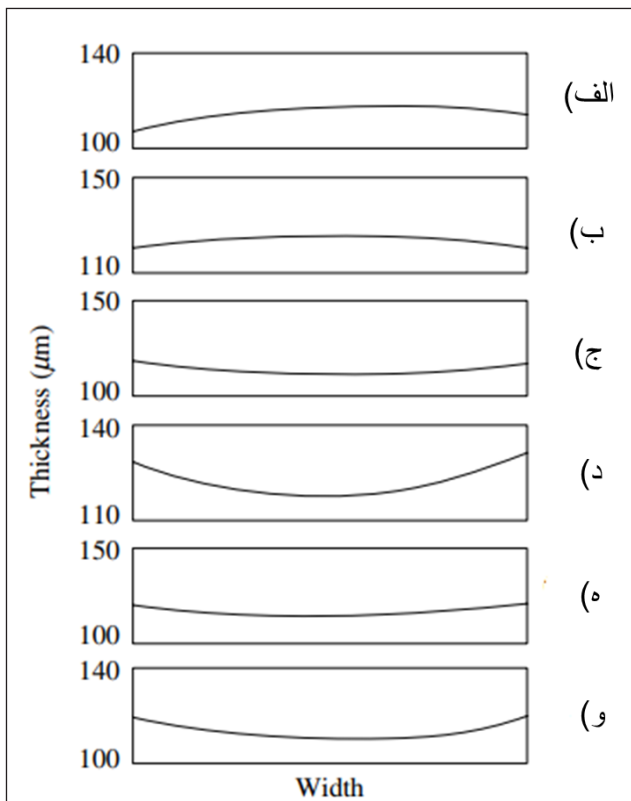


شکل ۱- انواع چیدمان غلطک‌ها و کاربرد آن‌ها

1. Calenders 2. Two-Roll Mills 3. Nip 4. Feed 5. Metering 6. Sheet formation, gauging, and finishing

و تغییر شکل غلطک‌ها (که خود ناشی از فشار زیاد بین غلطک‌ها است) باشد، نیز باعث غیر یکنواختی ورق تولیدی در جهت عمود بر ماشین می‌شود. در واقع فاصله‌ی یکنواخت بین غلطک‌ها که در حالت خارج از سرویس وجود دارد ممکن است در حین فرایند به دلیل فشار هیدرولیک زیاد در محل نیش غلطک‌ها دچار تغییر ناهمگون گردد به نحوی که ضخامت ورق تولیدی در مرکز بیشتر و در لبه‌ها کمتر شود (شکل ۲-ا).

سه روش برای حل این مشکل وجود دارد: ایجاد تاج در غلطک‌ها، ضربدری کردن غلطک‌ها<sup>۲</sup> و پیچاندن غلطک‌ها<sup>۳</sup>. تاج‌دار کردن در واقع افزایش اندک قطر غلطک در مرکز آن نسبت به دو سر آن



شکل ۲- اثر ضربدری کردن و پیچاندن غلطک‌ها بر یکنواختی ضخامت محصول برای غلطکی با طول ۱/۸ متر (الف) بدون پیچش و ضربدری کردن (ب) با چهار میلی‌متر ضربدری بدون پیچش (ج) با هشت میلی‌متر ضربدری بدون پیچش (د) دوازده میلی‌متر ضربدری بدون پیچش (ه) ده مگا پاسکال پیچش بدون ضربدری (و) شانزده مگا پاسکال پیچش بدون ضربدری

تولیدی از آن و خواص پلیمر فرآیندی تعیین می‌شود [۱]. به‌عنوان نمونه ورق‌های ضخیم با ضخامت ۰/۲۵ میلی‌متر و بیشتر را بدون مشکل خاصی می‌توان با نرخ ۶۰ متر در دقیقه تولید کرد. لازم به ذکر است نرخ تولید ورق‌های سخت، صیقلی و براق بسیار کمتر و در حد ۱۰ تا ۳۵ متر بر دقیقه است. فیلم‌های انعطاف‌پذیر می‌توانند با نرخ تا ۱۰۰ متر بر دقیقه در غلطک و تا ۱۲۵ متر در دقیقه در توپ‌های جمع‌کننده انتها‌ی خط، تولید شوند. سرعت بالاتر در توپ‌های جمع‌کننده<sup>۱</sup> به دلیل کشش ایجاد شده در فیلم توسط آن‌ها است که تولید فیلم‌های نازک (۰/۴ میلی‌متر و کمتر) را ممکن می‌کند. این روش کمک می‌کند تا فیلم‌های نازک راحت‌تر از غلطک‌ها جدا شوند.

قطر غلطک‌های فرآیند غلطک‌کاری تا ۹۰ سانتی‌متر و عرض آن‌ها تا ۲۵۰ سانتی‌متر می‌رسد. همچنین دبی تولیدی توسط آن‌ها تا ۴۰۰۰ کیلوگرم در ساعت نیز می‌رسد. دمای سطح غلطک‌ها در فرآیند غلطک‌کاری توسط جریان چرخشی سیال درون حفرات پیرامونی موازی با محور غلطک‌ها، کنترل می‌شود.

فرآیند غلطک‌کاری معمولاً برای شکل‌دهی ترموپلاستیک‌هایی که ویسکوزیته مذاب بالایی دارند و همچنین لاستیک‌ها به کار می‌رود و به طور خاص برای پلیمرهایی که مستعد تخریب حرارتی هستند و یا مقدار قابل توجهی مواد افزودنی جامد دارند مورد استفاده قرار می‌گیرد. دلیل این امر این است که با استفاده از فرآیند غلطک‌کاری می‌توان مقادیر زیادی پلیمر را با صرف انرژی مکانیکی اندکی (در مقایسه با اکستروژن) مورد فرآیند قرار داد [۳].

ضخامت محصول تولیدی غلطک باید هم در جهت ماشین غلطک‌کاری و هم در جهت عمود بر آن یکنواخت باشد. هرگونه خارج از مرکز بودن غلطک نسبت به شفت، همچنین ارتعاشات غلطک و غیریکنواختی خوراک ورودی به ماشین غلطک‌کاری باعث عدم یکنواختی ورق تولیدی در جهت ماشین می‌شود. هرگونه تغییر در فاصله بین دو غلطک که ممکن است به دلیل اندازه‌های طراحی شده غلطک، تنظیمات نامناسب غلطک‌ها، اثرات گرمایی

شدن می‌توان جریان دقیق پلیمر را در محل نیش، تغییر عرض ورقه از یک نیش به نیش دیگر، توزیع ضخامت و دما و همچنین اثر این عوامل بر انتقال مواد از یک غلطک به غلطک دیگر و شرایط شروع ناپایداری را به دست آورد. چنین مدلی به طراح کمک می‌کند تا اندازه غلطک‌ها، فاصله بین آن‌ها، میزان مورد نیاز برای تاج‌دار کردن، پیچش و ضربه‌ری شدن غلطک‌ها و شرایط عملیاتی را برای تولید ورق پلیمر با نرخ و کیفیت مشخص، محاسبه کند.

برای دستیابی به چنین مدلی در ابتدا باید درک کیفی خوبی از مکانیزم جریان سیال در فرآیند غلطک‌کاری به دست آورد. در فرآیند غلطک‌کاری مذاب پلیمر که یک سیال ویسکوالاستیک است وارد نیش اول (نیش خوراک) می‌شود. مذاب در ناحیه مرکزی نیش قرار می‌گیرد و سپس در اثر چرخش غلطک‌ها، به سمت داخل نیش و دو طرف آن حرکت می‌کند. حرکت مذاب در فرآیند غلطک‌کاری ناشی از نیروی درگی (پسا) است که غلطک‌ها به مذاب اعمال می‌کنند و باعث ایجاد تغییرات (گرادیان) فشار در جهت ماشین و در جهت عمود بر ماشین در مذاب می‌شوند. شواهد آزمایشگاهی این توزیع فشار را اولین بار اونکروور [۴] در مطالعه غلطک‌کاری پلی وینیل کلراید (PVC) و پلی استایرن (PS) گزارش کرده است. همچنین لوتر و موس [۵] نیز از طریق عددی وجود آن را اثبات نمودند.

شکل ۳ توزیع فشار را در سه مقطع از یک جفت غلطک نشان می‌دهد. با توجه به این شکل توقع ایجاد جریانی پیچیده و سه‌بعدی با سطح آزاد<sup>۱</sup> در فضای بین دو غلطک وجود دارد. جریان محوری (در جهت محور غلطک‌ها و عمود بر ماشین) در تمام فضای بین دو غلطک (از لحظه ورود مذاب تا لحظه خروج آن) وجود دارد، منتها به دلیل تغییر فاصله بین دو غلطک در جهت عمود بر محور، دبی این جریان در مکان‌های مختلف متفاوت خواهد بود. البته در فضای باریک بین دو غلطک، جریان ناشی از درگ صفحات غلطک‌ها در جهت چرخش آن‌ها، بر جریان ناشی از گرادیان فشار در جهت عمود بر ماشین غلبه دارد.

می‌باشد. اگر از تاج‌دار کردن به‌طور صحیح استفاده شود می‌توان مشکل غیریکنواخت بودن مربوطه را در یک شرایط کاری مشخص به‌طور کامل رفع نمود. از ضربه‌ری کردن و پیچاندن نیز می‌توان به‌طور پیوسته در حین فرآیند برای رفع مشکل استفاده کرد. ضربه‌ری کردن شبیه به تاج‌دار کردن باعث افزایش فضای خالی بیشتر در محل لبه غلطک‌ها نسبت به مرکز آن‌ها می‌شود. پیچش غلطک‌ها با دو گشتاور خارجی صورت می‌گیرد که توسط دو یاتاقان در دو انتهای غلطک‌ها ایجاد می‌شود و می‌توان در حین فرآیند آن را کم یا زیاد کرد.

شکل ۲ اثر ضربه‌ری کردن و پیچش را بر روی توزیع ضخامت ورق تولیدی (میزان همگنی محصول) نشان می‌دهد. بنابراین دانش دقیق توزیع فشار هیدرودینامیکی در محل نیش برای پیش‌بینی توزیع دقیق ضخامت شکاف و همچنین بار اعمالی مورد نیاز بر روی بلبرینگ لازم است. نیاز به کنترل دقیق ضخامت شکاف و الزامات دقیق به جهت یکنواختی دمای غلطک نشان دهنده حساسیت کیفیت محصول به تغییرات جزئی در شرایط فرایندی است. به همین دلیل تعجب برانگیز نیست که یک خط تولید غلطک‌کاری به منظور رسیدن به شرایط ثابت و پایا معمولاً به زمان زیادی گاهی تا چندین ساعت نیاز دارد. در نتیجه خطوط کلندرینگ برای استفاده در زمان‌های طولانی مدت تولید طراحی می‌شوند. زمختی و اساس ساده این فرایندها کاملاً با شرایط تولیدی طولانی مدت آن‌ها سازگار است.

## ۲- مدل‌سازی جریان

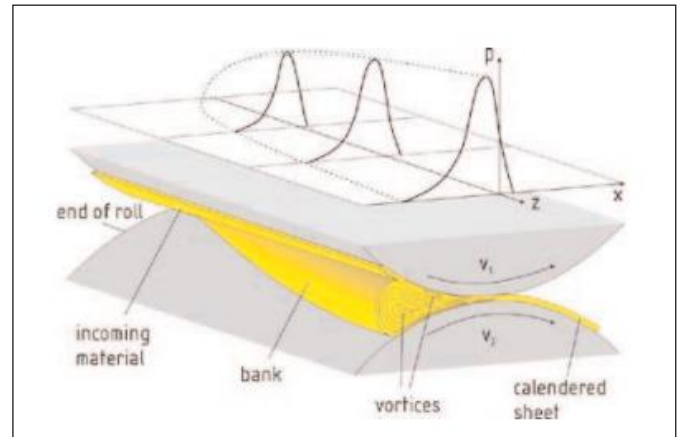
یک مدل جامع برای فرآیند غلطک‌کاری باید شامل آنالیز هم‌زمان هیدرودینامیکی پلیمر و سازه‌ای غلطک باشد به‌علاوه باید انتقال حرارت در پلیمر و غلطک و اثر کشش پایین دست روی ورقه پلیمری را نیز در نظر بگیرد. با در نظر گرفتن خواص رئولوژیکی ماده، شرایط خوراک، شرایط عملیاتی مثل سرعت و دمای غلطک‌ها، فاصله بین غلطک‌ها، میزان پیچش و ضربه‌ری

مانند یک مخزن خوراک عمل می‌کند که می‌تواند نوسانات دبی مذاب را تا حدی ضعیف و میرا کرده و جریان یکنواخت‌تری ایجاد کند. از این‌رو به صورت کیفی نباید تفاوت اساسی عملکردی بین نیش‌ها قائل شد. در واقع تمامی نیش‌ها وظیفه تنظیم دبی، کاهش ضخامت و اصلاح نوسانات ضخامت ورق تولیدی را دارند. (مانند فرایند اکسترودر ترموپلاستیک‌ها که تمامی پیچ اکسترودر تعیین کننده دبی است نه فقط بخش اندازه زنی<sup>(۱)</sup>). با اوصاف ذکر شده معلوم می‌شود که به دست آوردن یک راه حل تحلیلی ساده برای این جریان پیچیده سه‌بعدی که در یک هندسه پیچیده (با اندازه متغیر فاصله بین غلطک‌ها در هر دو جهت ماشین و عمود بر ماشین) اتفاق می‌افتد و با در نظر گرفتن مدل‌های پیچیده رئولوژیکی در شرایط غیر هم‌دما ممکن نیست.

اغلب مدل‌های ارائه شده برای جریان غلطک‌ها براساس مدل گسکل<sup>(۲)</sup> [۶] (بیان شده در تدمور و گاگس [۳]) است. برای استفاده از این مدل باید محل جدا شدن مذاب از غلطک‌ها مشخص باشد. در ادامه این مدل بررسی می‌شود.

### ۱-۲- مدل گسکل

همان‌طور که بیان شد مدل گسکل پایه و اساس بسیاری از مدل‌هایی است که برای شناخت جریان بین غلطک‌ها توسعه داده شده‌اند. به همین دلیل در این قسمت مبنای تئوری و نتایج به‌دست آمده از این مدل شرح داده می‌شود. مدل مک کلوی [۷] نیز شبیه همین مدل و برای سیالات توانی توسعه داده شده است. فرض کنید دو غلطک هم‌اندازه (با شعاع  $R$ ) با فرکانس چرخش  $N$  در حال گردش در خلاف جهت هم می‌باشند و با حرکت خود، ماده را به سمت جلو حرکت می‌دهند. شکل ۴ شماتیکی از جریان را نشان می‌دهد. حداقل فاصله بین غلطک‌ها مطابق شکل  $2H_0$  است. فرض می‌کنیم که پلیمر به صورت همگن و با عرضی برابر با  $W$  روی غلطک‌ها به صورت مماس با آن‌ها قرار گرفته است. در یک محل مشخص در بالادست ( $X_2 < 0$ ) ( $X_2 = X_1$ ) پلیمر و غلطک در



شکل ۳- پروفایل فشار در طول و عرض غلطک [۵]

مارشال [۲] نشان داد افزایش عرض ورقه تولیدی در عمل محدود به ناحیه ورودی خوراک تا ناحیه حداکثر فشار بین دو غلطک می‌باشد. در عمل، جریان در ناحیه نیش به دلیل تغییرات فاصله بین غلطک‌ها (به دلیل تاج‌دار کردن غلطک‌ها) و تغییر شکل هیدرودینامیکی و پیچش آن‌ها بسیار پیچیده است. همه این عوامل باید به نحوی تنظیم شوند تا یک جریان یکنواخت به ازای واحد عرض ورقه تولیدی در فضای نیش غلطک‌ها ایجاد شود. حتی در اثر تغییرات اندکی در توزیع فشار در جهت چرخش غلطک‌ها، محل جدا شدن ورقه از غلطک‌ها را تغییر می‌دهد و در نتیجه ضخامت ورق تولیدی عوض می‌شود.

با توجه به موارد ذکر شده می‌توان پیشرفت‌های اخیر در تجهیزات فرآیند غلطک‌کاری را درک نمود. این تجهیزات به جای چهار غلطک دو غلطک دارند و یک اکسترودر که به یک حدیده کوتاه و ساده ایجاد ورق مجهز است خوراک را به صورت یکنواخت‌تری برای آن‌ها آماده می‌کند. در این حالت درواقع حدیده کار نیش اول که تغذیه و پهن کردن خوراک برای تغذیه نیش دوم است را با همان کارایی انجام می‌دهد.

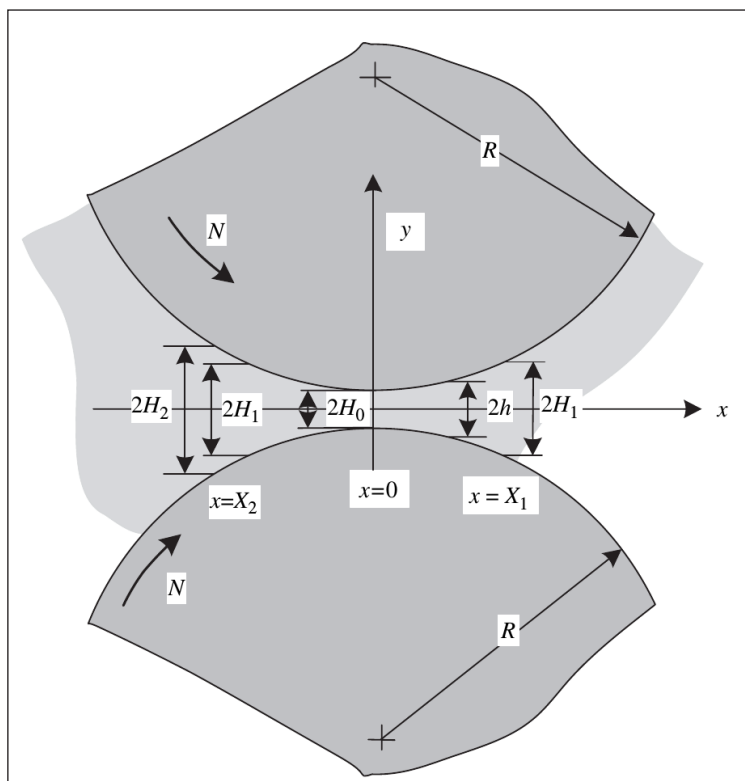
در فرآیندهای غلطک‌کاری اگرچه کار نیش‌های دوم و سوم در واقع نازک‌تر کردن و یکنواخت‌تر کردن ورق تولیدی در هر دو جهت ماشین و عمود بر ماشین است ولی بانک تغذیه هر نیش

تماس با هم قرار می‌گیرند. در یک مکان مشخص در پایین دست پلیمر خودش را از یکی از غلطک‌ها جدا می‌کند. فرض شده است که فشار در محل  $X_2$  برابر با فشار اتمسفر است و در طول  $x$  زیاد می‌شود. به طوری که به حداکثر میزان خود در محل کم‌ترین فاصله‌ی بین دو غلطک می‌رسد و دوباره کاهش می‌یابد تا به فشار اتمسفر در محل  $X_1$  برسد. فشاری که به این ترتیب روی غلطک‌ها ایجاد می‌شود همان فشاری است که منجر به ایجاد نیروی دورکننده غلطک‌ها از هم مخصوصاً در محل نیش می‌شود که در قسمت قبل بحث شد. محل  $X_1$  و  $X_2$  بستگی به شعاع غلطک‌ها، میزان فاصله بین آن‌ها و حجم کل پلیمر در مورد جفت غلطک‌ها و یا دبی حجمی در مورد کلندرها دارد.

برای توسعه این مدل همچنین فرض‌های زیر در نظر گرفته شده است:

۱- جریان پایا، آرام و هم‌دما و تراکم‌ناپذیر است.

- ۲- سیال نیوتونی است.
- ۳- از نیروی جاذبه صرف‌نظر شده است.
- ۴- روی دیواره‌ها لغزش جریان وجود ندارد (شرط عدم لغزش برقرار است).
- ۵- فاصله بین غلطک‌ها ( $h$ ) نسبت به شعاع آن‌ها ( $R$ ) بسیار کوچک‌تر است. ( $h/R \ll 1$ )
- در واقع جریان سیال در یک شکاف نازک (فاصله بین دو غلطک) فرض شده که عرض شکاف به آرامی تغییر می‌کند. با این فرض امکان استفاده از تئوری لوبریکانت فراهم می‌گردد. (بر طبق این تئوری، پروفایل سرعت در هر مکان مثل  $x$  که عرض شکاف در محل  $x$  برابر با  $2h$  باشد همان پروفایل سرعت بین دو صفحه بی‌نهایت است که به اندازه  $2h$  از هم فاصله دارند وقتی که گرادیان فشار و سرعت صفحات همان مقادیر متناظر بین دو غلطک باشد). در واقع جریان به صورت جریان بین دو صفحه موازی در نظر گرفته



شکل ۴- شماتیکی از دو غلطک با شعاع  $R$  که جریان از محل نیش با عرض  $2H_0$  عبور می‌کند. مبدا مختصات درست در محل نیش محلی که دو مرکز غلطک را به هم متصل می‌کند قرار داده شده است.

شده است که سرعت صفحات همان سرعت غلطک‌ها می‌باشد. با این اوصاف تنها سرعت غیر صفر در جهت  $x$  خواهد بود ( $v$ ) که تابع  $y$  است. (مطابق شکل ۴). بنابراین معادلات پیوستگی و حرکت به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$\lambda^2 = \frac{X_1^2}{2RH_0} \quad (۶)$$

$$\rho^2 = \frac{x^2}{2RH_0} \quad (۷)$$

و ثابت انتگرال‌گیری  $C(\lambda)$  به صورت زیر با در نظر گرفتن  $P=0$  در محل  $\rho=\lambda$  به دست می‌آید.

$$\frac{dV_x}{dx} = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} \quad (۲)$$

برای حل این معادله نیاز به شرط مرزی است. به عنوان شرط مرزی سرعت در محل دیواره ( $h$  که خود متغیر است)  $U$  در نظر گرفته می‌شود که  $U$  سرعت خطی غلطک‌ها است:

$$C(\lambda) = \frac{(1 + 3\lambda^2)}{(1 + \lambda^2)} \lambda - (1 - 3\lambda^2) \tan^{-1} \lambda \quad (۸)$$

$$U = 2\pi NR \quad (۳)$$

مک کلوی [۷] تقریب زیر را برای  $C(\lambda)$  پیشنهاد داده است:

$$C(\lambda) \cong 5\lambda^2 \quad (۹)$$

$$V_x = U + \frac{y^2 - h^2}{2\mu} \left( \frac{dP}{dx} \right) \quad (۴)$$

ماکزیمم فشار با قرار دادن  $\rho=\lambda$  در معادله ۵ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P_{max} = \frac{3\mu U}{4H_0} \sqrt{\frac{R}{2H_0}} [2C(\lambda)] \cong \frac{15\mu U \lambda^3}{2H_0} \sqrt{\frac{R}{2H_0}} \quad (۱۰)$$

در نتیجه سرعت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{3\mu U}{4H_0} \sqrt{\frac{R}{2H_0}} \left( \left[ \frac{\rho^2 - 1 - 5\lambda^2 - 3\lambda^2 \rho^2}{(1 + \rho^2)^2} \right] \rho + (1 - 3\lambda^2) \tan^{-1} \rho + C(\lambda) \right) \quad (۵)$$

بعد از طی مراحل حل از حل (جزئیات حل را می‌توانید از کتاب تدمور و گاگس [۳] دنبال نمایید) پروفایل فشار به صورت رابطه زیر به دست می‌آید:

همان‌طور که از این معادله مشخص است، ماکزیمم فشار وابسته به مقادیر  $\lambda$  است. افزایش در میزان  $\lambda$  باعث عریض‌تر شدن پروفایل فشار می‌شود و هم میزان فشار ماکزیمم را افزایش می‌دهد. این مساله در شکل ۵ نشان داده شده است. در این شکل مقادیر  $P/P_{max, \lambda=1}$  در برابر  $\rho$  و برای مقادیر مختلفی از  $\lambda$  نشان داده شده است.

نتایج نشان می‌دهد که برای هر مقدار  $\lambda$  یک نقطه در بالادست جریان وجود دارد (محل  $X_2$ ) که در آنجا فشار نسبی برابر با صفر می‌گردد. به کمک همین واقعیت می‌توان با برابر با صفر قرار دادن فشار در معادله ۵، محل تماس غلطک و پلیمر ( $X_2$ ) را

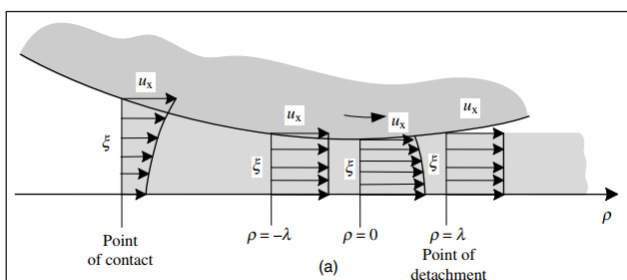
مقدار فشار در محل  $x=0$  نیز برابر با نصف فشار ماکزیمم به دست می آید.

پروفایل سرعت را نیز می توان با جایگذاری معادله ۲ در ۴ و کمک از معادلات ۵ و ۶ و ۷ به دست آورد:

$$(11)$$

$$u_x = 1 + \frac{3(1 - \xi^2)(\lambda^2 - \rho^2)}{2(1 + \rho^2)}$$

که در آن  $u_x = V_x/U$  و  $\xi = y/h$  مقادیر بی بعد شده ی سرعت و مکان می باشند. شکل ۷ پروفایل سرعت بین دو غلطک را در چهار مکان برای وقتی که  $\lambda^2 = 0.1$  باشد نشان می دهد.



شکل ۷- پروفایل سرعت بین غلطک ها برای  $\lambda^2 = 1$ . در محل  $\rho = \pm \lambda$  پروفایل ثابت است (جریان پلاگ).

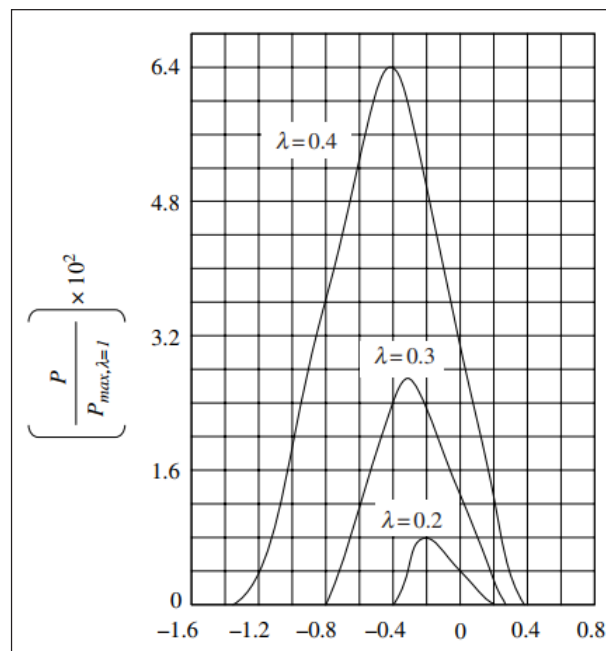
معادله بالا این را هم نشان می دهد که در راستای  $y$  در محل  $\xi = 0$  در یک مکان مشخص مثل  $\rho^*$  نقطه ایستایی<sup>۱</sup> در جریان دیده می شود (یعنی در این محل  $V_x = 0$ ):

$$(12)$$

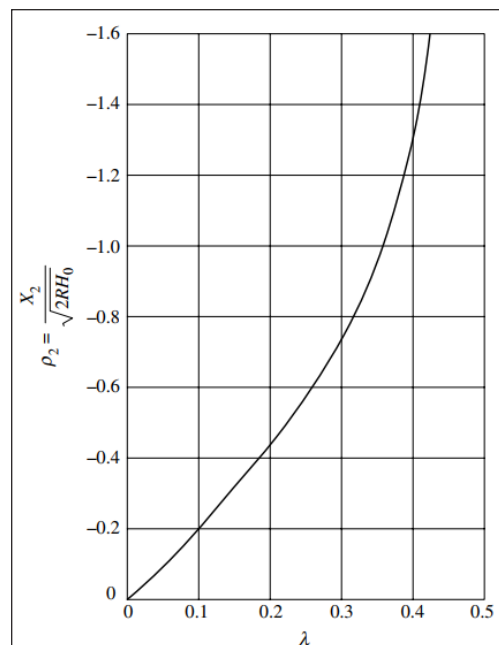
$$\rho^* = -\sqrt{2 + 3\lambda^2}$$

به ازای  $\lambda = 0.425$  نقطه ایستایی درست در محل تماس اولیه پلیمر و غلطک است. بنابراین به ازای  $\lambda > 0.425$  جریان های گردابه ای در محل ورودی به وجود می آیند. هرچند که رفتار این جریان ها توسط مدل گسکل قابل پیش بینی نیست. (شکل ۸)

برحسب محل جدا شدن پلیمر از غلطک ( $\lambda$ ) به دست آورد. شکل ۶ نشان دهنده محل بی بعد شده ی  $X_2$  بر حسب  $\lambda$  می باشد.



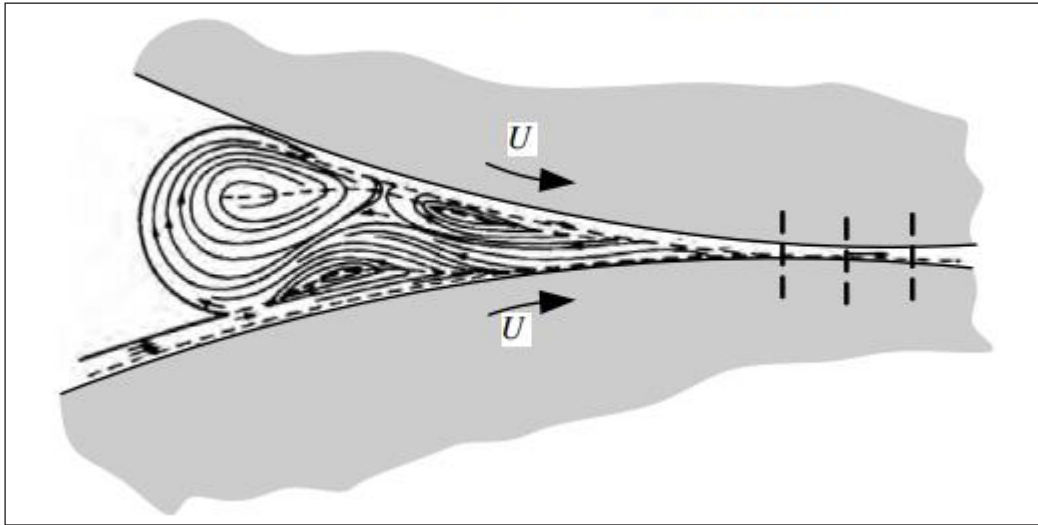
شکل ۵- پروفایل فشار بین غلطک ها به صورت تابعی از مقادیر  $\lambda$  [۷]



شکل ۶- رابطه بین  $\rho_2$  یعنی جایی که غلطک ها اولین تماس را با پلیمر ایجاد می کنند (معادل  $X_2$ ) و  $\lambda$  یعنی جایی که پلیمر از غلطک جدا می شود (معادل  $X_1$ ) براساس محاسبات ارمن و ولاکوپولوس [۲۲]

### 1. Stagnation Point





شکل ۸- شماتیکی از پروفایل سرعت بدست آمده از طریق ردیابهای رنگی . حرکت گردابه‌های مشاهده شده توسط مدل گسکل پیش بینی نمی شوند

$$F_N = \frac{3\mu URW}{4H_0} g(\lambda)$$

(۱۶)

مقادیر  $f(\lambda)$  و  $g(\lambda)$  براساس فرمول‌هایی به دست می‌آید که ماحصل آن در شکل ۹ آمده است.

به جهت نشان دادن کاربرد مدل گسکل در پیش‌بینی جریان غلطک‌ها نتایج حاصل از آن با نتایج به دست آمده از یک مورد کار آزمایشگاهی توسط برگن و اسکات [۸] مقایسه شده است [۹]. در کار آزمایشگاهی قطر غلطک‌ها ۱۰ اینچ و فاصله آن‌ها در محل نیش ۰/۰۲۵ اینچ و سرعت خطی آن‌ها ۵ اینچ بر ثانیه بوده است. در شکل ۱۰ این مقایسه نشان داده شده است.

## ۲-۲- سایر مدل‌ها

اغلب مدل‌های ارائه شده در منابع بر مبنای مدل گسکل هستند. برای استفاده از این مدل باید محل جدا شدن مذاب از غلطک‌ها مشخص باشد (لازم به ذکر است مکان جدا شدن مذاب از غلطک‌ها با توجه به مکان اتصال مذاب به غلطک‌ها در ورودی غلطک‌ها

با داشتن پروفایل سرعت می‌توان میزان تنش در سیال را نیز به دست آورد. طبق محاسبات مدل گسکل تنش برابر است با:

(۱۳)

$$\tau_{yx} = \frac{3\mu U(\lambda^2 - \rho^2)}{H_0(1 + \rho^2)^2} \xi$$

مقدار ماکزیمم تنش روی سطح غلطک و در محل  $\rho=0$  که فاصله بین دو غلطک مینیمم است برابر است با:

(۱۴)

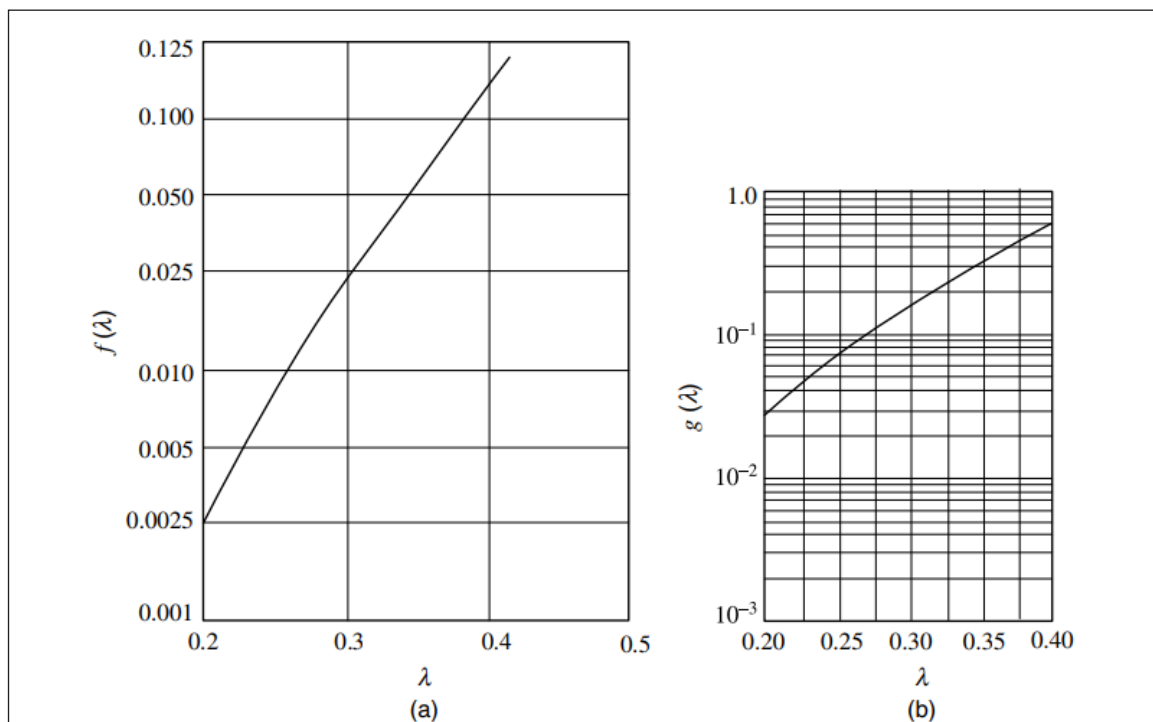
$$\tau_{max} = \frac{3\mu U \lambda^2}{H_0}$$

بنابراین مقدار کل توان مورد نیاز برای به گردش درآوردن غلطک‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

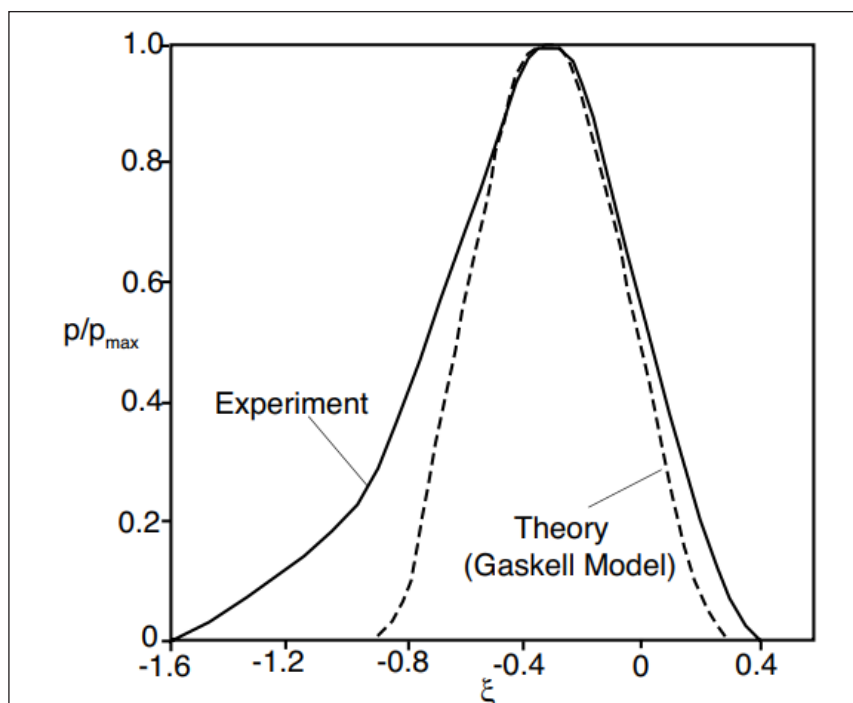
(۱۵)

$$P_w = 3\mu W U^2 \sqrt{\frac{2R}{H_0}} f(\lambda)$$

و در نهایت مقدار نیروی جدا کننده‌ی غلطک‌ها هم از رابطه زیر به دست می‌آید:



شکل ۹- توابع  $f(\lambda)$  و  $g(\lambda)$  بر حسب  $\lambda$  [۷]



شکل ۱۰- مقایسه نتیجه مدل گسکل و یک مورد از نتایج آزمایشگاهی [۸]

تقارن غلطک‌ها نیز وارد شده است. مک کلوی [۷] و برازینسکی و همکاران [۱۰] مدل گسکل را به سیالات قانون توانی گسترش دادند. آلستون و آستیل [۱۱] نیز شبیه این مدل را برای سیالی که لزجت آن تابعیتی هذلولوی از نرخ برش دارد، حل کردند. جاود و همکاران [۱۲] نیز آن را برای سیال الیس توسعه دادند.

پاسلای [۱۳]، توکیتا و وایت [۱۴] مدلی شبیه گسکل را ولی برای یک سیال ویسکوالاستیک حل کردند. پاسلای از یک مدل اولدرود سه متغیره استفاده کرد. او اثر اندرکنش متغیرهای مدل را بر سینماتیک جریان بررسی کرد ولی متأسفانه نیروهای نرمال را در معادله حرکت در نظر نگرفت. توکیتا و وایت [۱۴] ارتباط مشاهدات آزمایشگاهی آسیاب کردن الاستومرها را با پارامترهای رئولوژیکی مدل مبسوط درجه دوم ریولین - اریکسن نشان دادند. آن‌ها اهمیت عدد دیورا  $\lambda(V/L) \simeq \gamma \dot{\lambda} De = V$  (سرعت مشخصه و  $L$  فاصله بین دو غلطک است) را در فرآیندهای آسیاب و غلطک‌کاری نشان دادند. هر چند آن‌ها توزیع سرعت و فشار را به دست نیاوردند، ولی اهمیت نیروهای نرمال را در فرآیند غلطک‌کاری نشان دادند.

چانگ [۱۵] قابلیت استفاده از مدل‌های قانون توانی، اولدرود سه متغیره و ریولین - اریکسن درجه دو اصلاح‌شده را در غلطک‌کاری بررسی کرد. دو اشکال در کار وی قابل مشاهده است. اول اینکه وی بیان کرد حداکثر نرخ برش و تنش برشی در حداقل فاصله بین دو غلطک ایجاد می‌شود. دوم اینکه در انتگرال‌گیری از معادله توزیع سرعت برای مدل قانون-توانی علامت گرادیان فشار را اشتباه اعمال کرد. از آنجاکه به دست آوردن توزیع سرعت به صورت تحلیلی برای مدل اولدرود ممکن نبود، چانگ با استفاده از یک مدل نیوتنی توزیع تقریبی فشار را به دست آورد. در مورد مدل ریولین - اریکسن، چانگ تنها با استفاده از اعداد بدون بعد به آنالیز توزیع سرعت پرداخت. چانگ نیروهای جداکننده را در شرایط مختلف عملیاتی برای غلطک‌کاری استات سلولز اندازه گرفت. توکیتا و وایت [۱۴] با

محاسبه می‌شود). دانستن محل جدایی مذاب از غلطک معادل دانستن ضخامت ورقه تولیدی ( $2H_1$ ) است. ضخامت ورق را با توجه به دبی و عرض ورق  $W_1$  و با استفاده از رابطه ۱۷ می‌توان تعیین کرد.

(۱۷)

$$F_N = \frac{3\mu URW}{4H_0} g(\lambda)$$

در این رابطه  $U$  سرعت حرکت سطح غلطک است. متأسفانه عرض ورق را با استفاده از این مدل یک‌بعدی (که در آن فرض می‌شود عرض صفحه نامحدود است) نمی‌توان تعیین کرد. بنابراین همان‌گونه که مک کلوی [۷] نیز اشاره نموده است برای استفاده از این مدل‌های یک‌بعدی باید ضخامت صفحه (یا محل جداسدن ورق از غلطک) را با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی و به‌عنوان متغیر مدل تعیین کرد. این نقطه ضعف قابلیت پیش‌بینی مدل را محدود می‌کند. برای غلبه بر این محدودیت جریان عمود بر ماشین مذاب نیز باید در مدل در نظر گرفته شود.

البته این مشکل تنها محدودیت مدل گسکل نیست. این مدل قابلیت پیش‌بینی جریان‌های ناحیه ورودی را که در آزمایشگاه مشاهده شده‌اند، ندارد. زیرا اثر جریان پایین دست را بر مخزن مذاب ابتدای غلطک‌ها نمی‌بیند و از مدل‌های غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک نیز بهره نمی‌برد. در نهایت این مدل قادر به پیش‌بینی توزیع فشار سه بعدی که در آزمایش دیده شده است [۵، ۸] نیز نمی‌باشد.

بعد از مدل گسکل محققین زیادی این مدل را بهبود و توسعه دادند. اغلب این مدل‌ها بر پایه مدل گسکل هستند ولی مدل‌های رئولوژیکی دقیق‌تری دارند و احیاناً اثرات ناهم‌دمایی را نیز در نظر می‌گیرند. لازم به تذکر است که در مدل اولیه گسکل تنها اثرات ویسکوز (بدون در نظر گرفتن اثرات الاستیک و ناپایایی) در نظر گرفته شده‌اند و مدل حاصل برای سیال نیوتنی و پلاستیک بینگهام حل شده است و به صورت مختصر اثر عدم

زیادی را شامل می‌گردند. شناخت این جزئیات تاثیر به‌سزایی در تنظیمات صحیح آن‌ها به جهت اخذ بهترین کارکرد و نتیجه دارد. کیفیت و کمیت محصول تولیدی در رابطه مستقیم با همین تنظیمات دستگاهی است که نیاز است تا هم در ابتدای فرایند و هم در طول فرایند انجام گیرد. علاوه بر شناخت تجربی که هم‌اکنون نیز در اغلب کارخانه‌های کشور وجود دارد، شناخت تئوری و همچنین مدل‌سازی این نوع فرایندها راه‌گشاست و می‌تواند در کاهش خطای انسانی در کار با این دستگاه‌ها مفید باشد. در این مقاله مدل گسکل به عنوان اساس بسیاری از مدل‌های توسعه داده شده‌ی هیدرودینامیکی جریان بر روی کلندرها معرفی گردید. بر طبق نتایج این مدل، میزان توان مورد نیاز برای گردش غلطک‌ها وابسته به شعاع غلطک، ویسکوزیته سیال، سرعت چرخش (خود وابسته به فرکانس چرخش و شعاع غلطک)، عرض ورق تولیدی، محل جدایش ورق تولیدی از سطح غلطک و کمترین فاصله بین دو غلطک (در محل نیش) است. همچنین نیروی نرمال در راستای جدایش غلطک‌ها از هم وابسته به همین پارامترها ولی به شکلی دیگر است. همان‌طور که گفته شد نیاز است تا این نیرو به روش‌های مختلف خنثی گردد تا کیفیت ورق تولیدی تحت تاثیر قرار نگیرد. مدل گسکل پیش‌فرض‌های ساده‌کننده متنوعی دارد. بنابراین انتظار می‌رود در شرایط واقعی پروفایل‌های سرعت، نیروها و توان به‌دست آمده پیچیده‌تر از پیش‌بینی این مدل باشد. استفاده از نتایج این مدل به‌عنوان حدس اولیه و در مقام طراحی با بهینه‌سازی اولیه مفید است.

### سپاسگزاری

IRM ...

آنالیز داده‌های آزمایشگاهی حاصل از غلطک‌کاری استات سلولز دریافتند که عدد دبورا پارامتری مؤثر و تعیین‌کننده در ایجاد غیریکنواختی موسوم به نرو<sup>۱</sup> در فرآیند غلطک‌کاری است. آگازانت [۱۶] و همکارانش عیوب فرآیند غلطک‌کاری PVC را مطالعه کردند. آن‌ها نیروی جداکننده، توان گشتاور و نسبت ضخامت ورودی غلطک (مخزن) به فاصله بین دو غلطک ( $H_2/H_0$  در شکل ۴) را به صورت توابعی از شرایط عملیاتی غلطک‌ها به‌دست آوردند.

با توجه به اینکه زمان گذر پلیمر از فضای بین دو غلطک (نیش) در مرتبه ثانیه است وایت [۱۷] پیشنهاد داد که برای شبیه‌سازی دقیق‌تر جریان سیال پلیمر در این ناحیه بهتر است از مدل‌های ویسکوالاستیک که اثرات ناپایا مثل اورشوت<sup>۲</sup> تنش را پیش‌بینی می‌کنند استفاده شود. (در واقع جریان بین دو غلطک شبیه جریان فشرده شونده است).

همان‌طور که در مقدمه نیز بیان شد، استفاده از مدل‌های تحلیلی برای پیش‌بینی رفتار مواد در حین گذر از میان غلطک‌ها با محدودیت دقت (به دلیل ساده‌سازی) روبرو است. از این رو استفاده از روش‌های عددی برای تحلیل هیدرودینامیکی کلندرها و جفت غلطک‌ها در دهه‌های اخیر مرسوم گشته است (به عنوان مثال [۱۸-۲۱] را ببینید). اگرچه طراحی و بهینه‌سازی اولیه اغلب روش‌های تحلیلی جوابگو هستند ولی روش‌های عددی با اعمال هزینه‌ی بار محاسباتی بیشتر ولی دقت بیشتری دارند و در موارد ضروری‌تر به‌کار می‌روند.

### نتیجه‌گیری

جفت غلطک‌ها و کلندرها به‌عنوان ابزارهای کاربردی شکل‌دهی مواد پلیمری از جمله لاستیک‌ها در عین سادگی جزئیات عملیاتی

### مراجع

1. Eighmy Jr, G., 'Calendering. Modern Plastics Encyclopedia, McGraw-Hill, New York, 1977: p. 234.

2. Bhowmick, A., Rubber products manufacturing technology. 2018: Routledge.
3. Tadmor, Z. and C.G. Gogos, Principles of polymer processing. 2013: John Wiley & Sons.
4. Unkrüer, W., Beitrag zur Ermittlung des Druckverlaufes und der fließvorgänge im Walzpalt bei der Kalanderverarbeitung von PVC hart zu folien. 1970, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen.
5. Luther, S. and D. Mewes, Three-dimensional polymer flow in the calender bank. *Polymer Engineering & Science*, 2004. 44(9): p. 1642-1647.
6. Gaskell, R., The calendaring of plastic materials. *JOURNAL OF APPLIED MECHANICS-TRANSACTIONS OF THE ASME*, 1950. 17(3): p. 334-336.
7. McKelvey, J.M., Polymer processing. 1962: John Wiley & Sons.
8. Bergen, J. and G. Scott, Pressure distribution in the calendaring of plastic materials. *J. Appl. Mech*, 1951. 18: p. 101-106.
9. Osswald, T.A. and J.P. Hernández-Ortiz, Polymer processing. Modeling and Simulation. Munich: Hanser, 2006: p. 1-651.
10. Brazinsky, I., et al., A theoretical study of liquid-film spread heights in the calendaring of newtonian and power law fluids. *Journal of Applied Polymer Science*, 1970. 14(11): p. 2771-2784.
11. Alston Jr, W.W. and K.N. Astill, An analysis for the calendaring of non-newtonian fluids. *Journal of Applied Polymer Science*, 1973. 17(10): p. 3157-3174.
12. Javed, M.A., N. Ali, and M. Sajid, A theoretical analysis of the calendaring of Ellis fluid. *Journal of Plastic Film & Sheeting*, 2017. 33(2): p. 207-226.
13. Paslay, P., Calendaring of a viscoelastic material. *J Appl Mech*, 1957. 24: p. 602-605.
14. Tokita, N. and J.L. White, Milling behavior of gum elastomers: Experiment and theory. *Journal of Applied Polymer Science*, 1966. 10(7): p. 1011-1026.
15. Chong, J., Calendaring thermoplastic materials. *Journal of Applied Polymer Science*, 1968. 12(1): p. 191-212.
16. Agassant, J. and P. Avenas. Calendaring of PVC. Forecast of Stresses and Torques. in 2nd Intern. Symp. PVC, Lyon, France. 1976.
17. White, J.L., Elastomer rheology and processing. *Rubber chemistry and technology*, 1969. 42(1): p. 257-338.
18. Ding, X.T., et al. Finite Elements Prediction of Temperature Field and Thermal Stresses in Thermal Roll of Calendaring Process. in *Advanced Materials Research*. 2013. Trans Tech Publ.
19. Mitsoulis, E., Numerical simulation of calendaring viscoplastic fluids. *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, 2008. 154(2-3): p. 77-88.
20. Polychronopoulos, N.D., I.E. Sarris, and T. Papathanasiou, 3D features in the calendaring of thermoplastics: A computational investigation. *Polymer Engineering & Science*, 2014. 54(7): p. 1712-1722.
21. Lopez-Gomez, I., O. Estrada, and T. Osswald, Modeling and simulation of polymer processing using the radial functions method. *Wak Zeitschrift Kunststofftechnik*, 2007. 3(2).
22. Ehrmann, G. and J. Vlachopoulos, Determination of power consumption in calendaring. *Rheologica Acta*, 1975. 14(8): p. 761-764.

# C Calendering Process: Introduction and Modeling

A. Kamyabi<sup>1,\*</sup>, M.M. Kamyabi<sup>2</sup>

1. PhD, Assistant Professor, Department of Chemical Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran
2. PhD, Assistant Professor, Department of Chemical Engineering, Faculty of Engineering, Vali-e-Asr University, Rafsanjan, Iran

\*Corresponding author Email: [kamyabi@uk.ac.ir](mailto:kamyabi@uk.ac.ir)

**Abstract:** Calenders and two-roll mills as a tool for forming materials (mostly polymers) have a special role in the production lines of various industries, including rubber industry. Despite the apparent simplicity and not-so-difficult application, as will be shown in this study, the hydrodynamics behavior of the flow material through them is complex and subject to various factors. In the present study, first these type of equipments and important points of their design and operating conditions are introduced. In the following, the hydrodynamic modeling of the flow between the rolls is discussed and the Gaskell's model is introduced as a basic model that is the basis of most other developed models. Finally, other types of models that have been developed to determine the hydrodynamic behavior of rolls along with their characteristics are introduced. These models predict the flow rate based on geometric parameters and material properties. They also determine velocity, pressure and stress profiles, and in some cases temperature in the flow between the rolls. The use of results of these models depends on the desired design and operational needs.

**Keywords:** Calendering process, Modeling, Fluid, Gaskell's model